**Т. Р. Абдульмянов, В. Р. Фридлендер (Казань)**

# О РЕЗУЛЬТАНТНОЙ МАТРИЦЕ ПОЛИНОМОВ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Классическая теорема о результантной матрице полиномов $f(x) = a_0 x^n + \ldots + a_n$ и $g(x) = b_0 x^m + \ldots + b_m$ ( $a_0 \vee\ b_0 \neq 0$), согласно которой наличие общего корня у полиномов $f(x)$ и $g(x)$ равносильно обращению в нуль определителя матрицы $\mathbf{R}$ , составленной определенным образом из коэффициентов этих полиномов, может быть усилена следующим образом:

**Теорема 1.** *Для того, чтобы полиномы $f(x)$ и $g(x)$ имели $k$ общих корней, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы $\mathbf{R}$ был равен $r(\mathbf{R}) = n + m - k$.*

Это предложение (с использованием идеи Л.М. Берковича [1]) переносится на обыкновенные линейные дифференциальные операторы

$P(x,D) = a_0(x)D^n + \ldots + a_n(x), \quad Q(x,D) = b_0(x)D^m + \ldots + b_m(x), (D = \frac{d}{dx},\ a_0(x) \vee\ b_0(x) \neq 0)$. Определим "производные" от операторов $P$ и $Q$ формулами: $P'(x,D) = DP(x,D) = a_0(x)D^{n+1} + (a_0'(x) + a_1(x))D^n + \ldots + (a_{n-1}'(x) + a_n(x))D + a_n'(x)$, $P^{(s)}(x,D) = D^s P(x,D) = a_0^{(s)}(x)D^{n+s} + \ldots + a_{n+s}^{s}(x)$. Аналогично определяются и операторы $Q^{(t)}(x,D) = D^t Q(x,D) = b_0^{(t)}(x)$ $D^{(m+t)} + \ldots + b_{m+t}^{(t)}(x)$ $(s,t = 0,1,2,\ldots)$. Результантной (правой результантной) матрицей (по Берковичу) назовем матрицу, составленную из коэффициентов производных операторов $P^{(s)}(x,D)$ $(s = m-1, m-2, \ldots, 1, 0)$ и $Q^{(t)}(x,D), (t = n-1, n-2\ldots, 1, 0)$ :

$$\mathbf{R}(x) = \begin{pmatrix} a_0^{(m-1)}(x) & a_1^{(m-1)}(x) & \ldots & \ldots & a_{m+n-1}^{(m-1)}(x) \\ 0 & a_0^{(m-2)}(x) & \ldots & \ldots & a_{m+n-2}^{(m-2)}(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & \ldots & a_0(x) & \ldots & a_n(x) \\ b_0^{(n-1)}(x) & b_1^{(n-1)}(x) & \ldots & \ldots & b_{m+n-1}^{(n-1)}(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & \ldots & b_0(x) & \ldots & b_m(x) \end{pmatrix}.$$

Имеет место

**Теорема 2.** *Линейное пространство общих решений операторов $P$ и $Q$ имеет размерность $k = m + n - r(\mathbf{R}), (r(\mathbf{R})$ – ранг $\mathbf{R}(x))$.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Беркович Л. М. *Факторизация и преобразования обыкновенных дифференциальных уравнений.* – Саратов: Изд-во Саратовс. ун-та, 1989. – С. 27-32.

**Д. Ф. Абзалилов (Казань)**

# МИНИМИЗАЦИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПУТЕМ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОТСОСА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Распределенный отсос пограничного слоя (ПС) является одним из способов, позволяющих улучшить аэродинамические характеристики обтекаемого тела. Но вследствие того, что на отсос ПС расходуется энергия, задачи оптимизации устройства отсоса для получения максимального положительного эффекта от его использования являются актуальными [1,2]. В связи с этим представляет интерес следующая оптимизационная задача.

Рассматривается обтекание ПС некоторого участка $0 < s < l$ с заданным законом распределения $U(s)$ скорости внешнего течения при числе Re Рейнольдса. Требуется найти распределение $v_0(s) > 0$ скорости отсоса, чтобы коэффициент сопротивления

$$C_d = C_v + C_s$$

принимал минимальное значение. Здесь $C_v$ – коэффициент сопротивления за счет вязкости, $C_s$ – эквивалентный коэффициент сопротивления энергетических затрат, возникающих за счет введения системы отсоса. Для расчета ПС использовался метод Эпплера [3], состоящий в дифференцировании системы двух дифференциальных уравнений —